

---

## Examen Final

Avril 2021 - Durée : 1h30

---

Répondre aux questions suivantes d'une manière précise, synthétique, et concise.

### Exercice 1 Généralités sur le traitement d'images (7 points=1+1+1+2+2)

1. Donner une définition mathématique de l'image.
2. Combien y a-t-il de niveaux de gris possibles dans une image couleur codée sur 12 bits ?
3. Citer quatre applications différentes du traitement d'images.
4. Expliquer chacune des notions suivantes : Filtrage d'images ; Repliement du spectre ; Résolution ; Échantillonnage.
5. Comparer le filtre gaussien au filtre bilatéral et le filtre médian au filtre de moyenne (méthode de calcul et effet sur les images).

### Exercice 2 Traitement spatial (5.5 points = 2+2+1.5)

On dispose d'une image  $I$  codée sur 3 bits, représentée par le tableau suivant :

$$I = \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline 4 & 1 & 2 & 3 \\ \hline 3 & 7 & 6 & 4 \\ \hline 7 & 6 & 5 & 1 \\ \hline 3 & 5 & 2 & 4 \\ \hline \end{array}$$

1. Appliquer le filtre  $h$  à l'image  $I$  (miroir de l'image pour gérer les bords) et dire quelle est la quantité approchée par ce filtre.

$$h = \begin{array}{|c|c|c|} \hline 0 & -1 & 0 \\ \hline -1 & 6 & -1 \\ \hline 0 & -1 & 0 \\ \hline \end{array}$$

2. Appliquer une égalisation de l'histogramme de  $I$ .
3. Appliquer une fermeture sur l'image  $I$ . Utiliser un élément structurant  $3 \times 3$  avec le système des quatre voisins et gérer les bords convenablement.

### Exercice 3 Traitement fréquentiel (7.5 points = 3 + (1+1.5) + 2)

1. Calculer la DFT2 de  $I$  (de l'exercice 2).
2. Énoncer le théorème de Parseval et le vérifier sur l'image  $I$ .
3. Appliquer le filtre  $h$  sur l'image  $I$  dans le domaine fréquentiel.

## Examen Final

Avril 2021 - Durée : 1h30

- Correction 1**
1. Mathématiquement, l'image peut être définie comme une matrice ou bien une fonction.
  2. Il y a  $2^{12} = 4096$  niveaux de gris possibles.
  3. Applications du traitement d'images : reconnaissance des plaques d'immatriculation, identification biométrique, inspection manufacturière, détection et diagnostique des maladies, ...
  4. Expliquer chacune des notions suivantes de traitement d'images :
    - (a) Filtrage d'images = transformation d'images.
    - (b) Repliement du spectre = des altérations qui apparaissent lors d'une opérations de sous-échantillonnage (des bandes changent de directions par exemple).
    - (c) Résolution = il y a deux notions de résolution : spatiale et tonale. La résolution spatiale est le nombre de pixels. La résolution tonale est le nombre d'intensités présentes dans une image ou que peut prendre les pixels.
    - (d) Échantillonnage : c'est la discrétisation du domaine sur lequel sont définies les images.
  5. Comparaison
    - Filtre gaussien vs filtre bilatéral : les deux calculent la sortie comme une moyenne pondérée des valeurs des pixels voisins. Les coefficients sont fonctions de la distance par rapport aux pixels voisins pour le filtre gaussien, alors que le filtre bilatéral prend en compte les distance entre les intensités aussi. Le filtre gaussien a un effet de flou sur les images alors que le filtre bilatéral préserve les contours et a un effet cartoon.
    - Filtre médian au filtre de moyenne : le premier est un filtre non linéaire qui sélectionne une valeur des voisins seulement alors que le deuxième est un filtre linéaire où toutes les valeurs des pixels voisins sont "mélangées" via une moyenne. La deuxième produit des images floues alors que le premier préserve les contours.

- Correction 2**
1. Application du filtre  $h$  :

$$I * h = \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline 12 & -8 & 0 & 6 \\ \hline -3 & 26 & 18 & 10 \\ \hline 23 & 12 & 15 & -8 \\ \hline 0 & 14 & -4 & 13 \\ \hline \end{array}$$

Ce filtre approche  $2I - \Delta I$ .

2. Égalisation de l'histogramme

$$I = \begin{array}{|c|c|c|c|c|c|c|c|c|} \hline i & 0 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ \hline n_i & 0 & 2 & 2 & 3 & 3 & 2 & 2 & 2 \\ \hline f_i & 0 & 0.125 & 0.125 & 0.1875 & 0.1875 & 0.125 & 0.125 & 0.125 \\ \hline F_i = \sum f_i & 0 & 0.125 & 0.25 & 0.4375 & 0.625 & 0.75 & 0.875 & 1 \\ \hline i' & 0 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ \hline \end{array}$$

L'histogramme de limage est déjà égalisé et le résultat est  $I$  elle-même.

3. La fermeture est une dilation (max) suivie d'une érosion (min).

$$I = \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline 4 & 7 & 6 & 4 \\ \hline 7 & 7 & 7 & 6 \\ \hline 7 & 7 & 6 & 5 \\ \hline 7 & 6 & 5 & 4 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline 4 & 4 & 4 & 4 \\ \hline 4 & 7 & 6 & 4 \\ \hline 7 & 6 & 5 & 4 \\ \hline 6 & 5 & 4 & 4 \\ \hline \end{array}$$

**Correction 3** 1. Calcul de la DFT2

63	$2 - 7i$	1	$2 + 7i$
$-9 - 6i$	$-2 + 11i$	$-3 - 2i$	$2 - 3i$
-5	$6 + i$	13	$6 - i$
$-9 + 6i$	$2 + 3i$	$-3 + 2i$	$-2 - 1i$

2. Théorème de Parseval : préservation de l'énergie

$$\sum_{i,j=1}^4 |I(i,j)|^2 = \frac{1}{16} \sum_{i,j=1}^4 |\hat{I}(i,j)|^2$$

On a

$$\sum_{i,j=1}^4 |I(i,j)|^2 = 305$$

$$\sum_{i,j=1}^4 |\hat{I}(i,j)|^2 = 4880$$

La relation est donc vérifiée.

Application du filtre  $h$ .

$$H = \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline 6 & -1 & 0 & -1 \\ \hline -1 & 0 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 0 \\ \hline -1 & 0 & 0 & 0 \\ \hline \end{array}, \hat{H} = \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline 2 & 4 & 6 & 4 \\ \hline 4 & 6 & 8 & 6 \\ \hline 6 & -8 & 10 & 8 \\ \hline 4 & 6 & 8 & 6 \\ \hline \end{array}, \hat{I} * \hat{H} =$$

126	$80 - 28i$	6	$8 + 28i$
$-36 - 24i$	$-12 + 66i$	$-24 - 16i$	$12 - 18i$
-30	$48 + 8i$	130	$48 - 8i$
$-36 + 24i$	$12 + 18i$	$-24 + 16i$	$-12 - 66i$

Solution

14	-12	0	4
-4	26	18	11
29	12	15	-14
-2	18	-4	15